

UNIVERSITI SAINS MALAYSIA

Peperiksaan Semester Pertama  
Sidang Akademik 1999/2000

September 1999

ZCT 210 - Persamaan Pembezaan dan Analisis Kompleks

Masa : [3 jam]

---

Sila pastikan bahawa kertas peperiksaan ini mengandungi DUA muka surat yang bercetak sebelum anda memulakan peperiksaan ini.

Jawab kesemua SEPULUH soalan. Kesemuanya wajib dijawab dalam Bahasa Malaysia.

1. Selesaikan  $3 \frac{dy}{dx} + y = (1 - 2x)y^4$  (7/100)

2. Seorang peminat jatuh bebas telah membuat terjunan dari bahagian tengah jambatan Pulau Pinang pada ketinggian 200 m dari paras permukaan air. Anggap pada  $t = 0$ ,  $v_0 = 1$  m/s dan jisim penerjun 50 kg. Semasa jatuh rintangan yang bertindak ke atasnya adalah  $bv^2$  di mana  $b = 10$ . Angin juga bertiup ke arah penerjun pada magnitud  $\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)$  mg yang cuba memesongnya  $30^\circ$  ke kiri. Dapatkan  $v(t)$ . (8/100)

3. Cari penyelesaian am bagi

$$x^2 y'' - 2x y' + 2y = \cos(x^{-1})$$

(10/100)

4. Selesaikan masalah nilai awal yang berikut:

$$y'' + 5y' = 1 + x + e^x ; y(0) = 1, y'(0) = 0$$

(10/100)

5. Pertimbangkan persamaan pembezaan tertib kedua yang diberikan iaitu

$$(1 - 4x^2)y'' + 6xy' - 4y = 0$$

...2/-

- (a) Nyatakan semua titik biasa dan titik singular bagi persamaan pembezaan ini. Tunjukkan jenis titik-titik singular yang dinyatakan.
- (b) Dapatkan penyelesaian di  $x = 0$  dengan kaedah siri kuasa. Tunjukkan dua penyelesaian asas yang terhasil. (15/100)
6. Carikan semua nilai bagi  $\sqrt[3]{1+i}$  dan tunjukkan nilai-nilai ini dalam satah kompleks. (10/100)
7. Hitungkan  $\int_{\Gamma} f(z)dz$  dengan
- (i) kaedah kamiran kontur, dan
- (ii) kaedah kamiran tak-tentu
- bagi  $f(z) = az + b$  di mana  $\Gamma$  adalah garis lurus dari titik  $-1-i$  ke  $1+i$ . (10/100)
8. Hitungkan  $\int_{\Gamma} \frac{e^{iz}}{(z^2+1)^2} dz$  di mana  $\Gamma$  adalah bulatan  $|z| = 3$  dilintasi sekali arah lawanjam. (10/100)
9. Carikan siri Laurent bagi  $f(z) = \frac{1}{1-z^2}$  di domain  $\frac{1}{4} < |z-1| < \frac{1}{2}$  dan nyatakan rejanya. (10/100)
10. Hitungkan kamiran berikut dengan menggunakan teorem reja,

$$\int_0^{2\pi} \frac{d\theta}{\sqrt{2} - \cos \theta}$$

(10/100)